2020-2021 高三三测理科数学评分参考

一、选择题

DCDDA　ACDBB　CB

二、填空题

12. -3;　14．$-84a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$;　15．$\dfrac{3+\sqrt{10}}{4}$;　16.　1010.

三、解答题

17.解：（1）在ΔABD中，由余弦定理得$AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot\cos B=AD^2$，

整理得$BD^2-12BD+32=0$，所以$BD=8$或$BD=4$.

当$BD=4$时，$\cos\angle ADB=\dfrac{16+49-81}{2\times4\times7}=-\dfrac{2}{7}$，则$\angle ADB>\dfrac{\pi}{2}$，不合题意，舍去；

当$BD=8$时，$\cos\angle ADB=\dfrac{64+49-81}{2\times8\times7}=\dfrac{2}{7}$，则$\angle ADB<\dfrac{\pi}{2}$，符合题意.

所以$BD=8$． ……………6 分

（2）在ΔABD中，$\cos\angle BAD=\dfrac{AB^2+AD^2-BD^2}{2AB\cdot AD}=\dfrac{11}{21}$，所以$\sin\angle BAD=\dfrac{8\sqrt{5}}{21}$，

又$\sin\angle ADB=\dfrac{3\sqrt{5}}{7}$，

所以$\sin C=\sin(\angle ADB-\angle CAD)=\sin(\angle ADB-\angle BAD)=\dfrac{3\sqrt{5}}{7}\cdot\dfrac{11}{21}-\dfrac{2}{7}\cdot\dfrac{8\sqrt{5}}{21}=\dfrac{17\sqrt{5}}{147}$.

在ΔACD中，$\dfrac{CD}{\sin\angle CAD}=\dfrac{AD}{\sin C}$，所以$CD=\dfrac{AD}{\sin C}\cdot\sin\angle CAD=\dfrac{7}{\frac{17\sqrt{5}}{147}}\cdot\dfrac{8\sqrt{5}}{21}=\dfrac{392}{17}$. 12 分

18（1）证明：$\because PC\perp$平面$ABCD$，$AC\subset$平面$ABCD$，$\therefore AC\perp PC$，……2 分

$AB=2$，$AD=CD=1$，$\therefore AC=BC=\sqrt{2}$

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，$\therefore AC\perp BC$.

又$BC\bigcap PC=C$，$\therefore AC\perp$平面PBC，

$\because AC\subset$平面 EAC，$\therefore$平面$EAC\perp$平面PBC.　……………5 分

（2）以C为原点，建立空间直角坐标系如图所示，

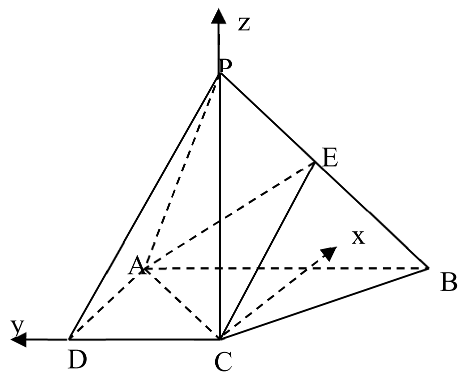
则 C（0，0，0），A（1，1，0），B（1，－1，0），

设 P（0，0，a）（a>1），则 E（$\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{a}{2}$），

$\overrightarrow{CA}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{CE}=(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2},\dfrac{a}{2})$，$\overrightarrow{PA}=(1,1,-a)$，

设平面 EAC 的法向量 $\vec{m}$ =（x，y，z），

则 $\begin{cases}x+y=0,\\ \dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}y+az=0,\end{cases}$ $\therefore\ \vec{m}=(1,-1,-\dfrac{2}{a})$，



设直线 PA 与平面 EAC 所成角为 θ，则

$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{PA},\vec{m}>|=\dfrac{1-1+2}{\sqrt{2+\dfrac{4}{a^2}}\cdot\sqrt{2+a^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，解得 $a^4-5a^2+4=0,\ a=2$ 或 $a=1$（舍去）.

取 $\overrightarrow{CB}=(1,-1,0)$，则 $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}=0$，$\therefore\ \overrightarrow{CB}$ 为面 PAC 的法向量，

$\vec{m}=(1,-1,-1)$，$\cos<\vec{m},\overrightarrow{CB}>|=\dfrac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.　　　……………12 分

19.解：（1）由频率分布直方图，A、B、C 类芯片所占频率分别为 0.15，0.45，0.4，取出 C 类芯片的概率为 $\dfrac{2}{5}$，

设“抽出 C 类芯片不少于 2 件”为事件 A，$P(A)=(\dfrac{2}{5})^3+C_3^2(\dfrac{2}{5})^2\dfrac{3}{5}=\dfrac{44}{125}$.　…………4 分

（2）（i）用 $y=c\cdot x^d$ 更适合；　　　……………6 分

（ii）$\ln y=\ln c+d\ln x$，令 $u=\ln x$，$\upsilon=\ln y$，则 $\upsilon=\ln c+du$，$\overline{u}=3.2,\overline{\upsilon}=5$，

由表中数据可得，$\hat{d}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}u_i\upsilon_i-5\overline{u}\overline{v}}{\sum\limits_{i=1}^{5}{u_i}^2-5\overline{u}^2}=\dfrac{82.4-5\times3.3\times5}{56-5\times3.2^2}=\dfrac{2.4}{4.8}=\dfrac{1}{2}$，

则 $\ln c=\overline{\upsilon}-\hat{b}\overline{u}=5-\dfrac{1}{2}\times3.2=3.4$，所以，$\hat{\upsilon}=3.4+0.5u$，

即 $\ln\hat{y}=3.4+0.5\ln x=\ln\left(e^{3.4}\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)$，

因为 $e^{3.4}=30$，所以 $\hat{y}=30x^{\frac{1}{2}}$.　　　……………10 分

（iii）当 $x=100$，$\hat{y}=30\sqrt{100}=300$.所以年销售量的预报值为 300 万件. ………12 分

20.解：（1）设切线PB的方程为$y=kx+m$，代入抛物线的方程得$x^2-4kx-4m=0$，

由相切的条件可得$\Delta=16k^2+16m=0$，即$k^2+m=0$ ，

由直线与圆相切可得圆心到直线距离$d=\dfrac{|m+1|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，即$k^2=m^2+2m$，

所以$m^2+3m=0$，$m=-3$或$m=0$（舍去），$k^2=3,k=\pm 3$. ……………6分

（2）设切线方程为$y-y_0=k(x-x_0)$，即$kx-y+y_0-kx_0=0$，

圆心到直线距离$d=\dfrac{|1+y_0-kx_0|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，整理得

$k^2({x_0}^2-1)-(2x_0y_0+2x_0)k+{y_0}^2+2y_0=0$，

设PA，PB斜率分别为k_1,k_2，则$k_1+k_2=\dfrac{2x_0y_0+2x_0}{{x_0}^2-1},k_1\cdot k_2=\dfrac{{y_0}^2+2y_0}{{x_0}^2-1}$,

令y=0，得$x_A=x_0-\dfrac{y_0}{k_1},x_B=x_0-\dfrac{y_0}{k_2}$，

$$|AB|=|(x_0-\frac{y_0}{k_1})-(x_0-\frac{y_0}{k_2})|=|\frac{y_0}{k_1}-\frac{y_0}{k_2}|=|\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}|\cdot y_0=\frac{\sqrt{4({y_0}^2+6y_0)}}{{y_0}^2+2y_0}\cdot y_0=\frac{2\sqrt{{y_0}^2+6y_0}}{y_0+2}$$

$$S_{\Delta PAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot y_0=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{{y_0}^2+6y_0}}{y_0+2}\cdot y_0=\sqrt{\frac{({y_0}^2+6y_0){y_0}^2}{(y_0+2)^2}}，$$

令$f(y)=\dfrac{(y^2+6y)y^2}{(y+2)^2},y\geq 2$，$f'(y)=\dfrac{2y^2(y^2+4y+18)}{(y+2)^3}>0$，

$f(y)$在$[2,+\infty)$上单调递增，所以$f(y)_{\min}=f(2)=4$.

所以$S_{\Delta PAB}$的最小值为2. ……………12分

21.（1）解：由题意可得f（x）的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=1+\ln x-a$，

由f'（x）＜0，得$0<x<e^{a-1}$；由f'（x）＞0，得$x>e^{a-1}$.

则f（x）在$(0,e^{a-1})$上单调递减，在$(e^{a-1},+\infty)$上单调递增.

故$f'(x)_{\min}=f(e^{a-1})=1-e^{a-1}$. ……………5分

（2）要证$e^x(\ln x+\dfrac{1}{x})-(e^x+x)+\dfrac{4e^{x-2}}{x}>0$成立，即证

$e^x(x\ln x+1)-x(e^x+x)+4e^{x-2}>0$，即证$e^x(x\ln x-x+1)-x^2+4e^{x-2}>0$，

即证$x\ln x-x+1>\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{4}{e^2}$.

设g（x）＝$x\ln x-x+1$，由（1）可知g（x）$_{min}$＝g（1）＝0.

设$h(x)=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{4}{e^2}(x>0)$,则$h'(x)=\dfrac{2x-x^2}{e^x}(x>0)$,

由h'（x）＞0，得0＜x＜2；由h'（x）＜0，得x＞2，

则h（x）在（0，2）上单调递增，在（2，+∞）上单调递减.

故h（x）$_{max}$＝h（2）＝0，

因为g（x）与h（x）的最值不同时取得，所以g（x）＞h（x），即$x\ln x-x+1=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{4}{e^2}$，

故当x＞0时，不等式e^x（$x\ln x+1$）－x（e^x+x）$+4e^{x-2}$＞0恒成立. ……………12分

22.解：（1）因为直线$l:\rho\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$，

即直线l的直角坐标方程为$x-y-1=0$…………….2分

因为曲线C：$\rho^2(1+4\sin^2\theta)=4$，则曲线$C$的直角坐标方程为$x^2+4y^2=4$，

即$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$………4分

（2）设直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），

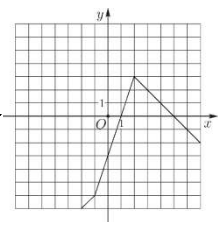
代入曲线C的直角坐标系方程得$5t^2+2\sqrt{2}t-6=0$.

设P，Q对应的参数分别为t_1，t_2，则$t_1t_2=-\dfrac{6}{5}$，$t_1+t_2=-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$， ……………6分

所以M对应的参数$t_0=\dfrac{t_1+t_2}{2}=-\dfrac{\sqrt{2}}{5}$，

故$\dfrac{|AP|+|AQ|}{|AM|}=\dfrac{|t_1|+|t_2|}{|t_0|}=\dfrac{|t_1-t_2|}{|t_0|}=\dfrac{\sqrt{(-\frac{2\sqrt{2}}{5})^2-4\cdot(-\frac{6}{5})}}{\frac{\sqrt{2}}{5}}=8$ ……………10分

23.（1）$f\left(x\right)=\begin{cases}-x+5,x\ge 2\\ 3x-3,-1<x<2\\ x-5,x\le -1\end{cases}$，图像如下所示……………5分



（2）由（1）知，$f\left(x\right)_{\max}=3$，所以$t\ge 3,m=3$，利用柯西不等式

$$\frac{1}{a+c}+\frac{2}{b+c}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{4}{2b+2c}\right)\left[\left(a+c\right)+\left(2b+2c\right)\right]$$

$$\geq\frac{1}{3}\left(\sqrt{\frac{1}{a+c}}\cdot\sqrt{a+c}+\sqrt{\frac{4}{2b+2c}}\cdot\sqrt{2b+2c}\right)^2=3$$

所以$\frac{1}{a+c}+\frac{2}{b+c}$最小值为 3.当且仅当$a+c=b+c=1$时等号成立…………………10 分